K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi, 23 (4), 1865-1884

8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri

8th Grade Students' Skills In Translating Among Multiple Representations

Ramazan GÜRBÜZ, Seda ŞAHİN
Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi Bölümü, Adıyaman, Türkiye

Makalenin Geliş Tarihi: 13.10.2014 ***Kabul Tarihi: 16.04.2015***

Özet

Bu çalışmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerilerini ortaya koymaktır. Araştırmaya ilköğretim sekizinci sınıfta okuyan 4 öğrenci (3 kız, 1 erkek) katılmıştır. Nitel araştırma tekniklerinden örnek olay yönteminin kullanıldığı çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından hazırlanan "Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)" ve yarı-yapılandırılmış mülakat kullanılmıştır. Veriler betimsel analiz tekniğiyle analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin en çok sözel, tablo ve denklem temsil türlerinden grafiğe geçişte zorlandıklarını aksine sözel, denklem ve grafik temsil türlerinden tabloya geçişte ise zorlanmadıklarını göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin tablo, denklem ve grafik temsil türlerini sözel olarak ifade ederken yaptıkları hataların yazma becerilerinin yetersiz olmasından kaynaklandığı söylenebilir.

Anahtar sözcükler: *matematik eğitimi, çoklu temsiller, sekizinci sınıf öğrencileri*

Abstract

The aim of this study is to find out 8th grade students' skills in translating among multiple representations (verbal, table, equation and graph). The research was carried out with 4 8th grade students (3 girls, 1 boy). Case study which is a qualitative research design was used for the study. Data were collected through "Translating Among Multiple Representations Test (TAMRT)" and semi-structured interviews which were developed by researchers. Descriptive analysis method was used to analyze the data. The results of the data indicated that the most difficult translations were from verbal, table and equation representations to graph. The translations from verbal, equation and graph representations to table were the easiest translations for students. Additionally, findings suggest that the students' mistakes in translating table, equation and graph representations among verbal statements were stemming from lack of students' writing skills.

Key words: *mathematics education, multiple representations, eighth grade students*

1. Giriş

Cebir, matematik öğretiminde yer alan en önemli öğrenme alanlarından biridir. Okul öncesi dönemden başlayarak eğitim-öğretim sürecinin neredeyse tüm kademelerinde işlenen bir konu olan cebir birçok bilim insanı tarafından değişik şekillerde tanımlanmıştır. Sfard (1995) cebiri genel hesaplama bilimi olarak, Vance (1998) genelleştirilmiş aritmetik veya aritmetiği genelleştirmek için gerekli bir dil olarak tanımlamıştır. Kieran'a (1992) göre ise cebir genel sayı ilişkilerini gösteren, polinom ve denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematiğin bir dalıdır ve harfler sadece nicelikleri ve sayıları temsil etmez, aynı zamanda bu semboller hesap yapmayı sağlamaktadır. Tüm bu tanımlar dikkate alınarak cebirin matematiğin bir dili olduğu ve cebir olmadan ileri matematik yapılamayacağı, dolayısıyla teknoloji ve modern yaşamın olamayacağı söylenebilir (Lacampagne, 1995; Kaput, 1999). Kısaca, Dede ve Argün'ün (2003) belirttiği gibi cebir hayatın her alanında kendini hissettirmektedir.

Cebirsel düşünme, cebir ile ilişkili gibi görünse de cebiri de içine alan daha geniş kapsamlı bir kavramdır. Genel anlamda cebirsel düşünme nicel durumları göstererek değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesidir (Driscoll, 1999). Daha açık ifade ile cebirsel düşünme sembol ve işlemlerin anlamlarını inşa ederek zihinde matematiksel akıl yürütmedir (Kieran ve Chalouh, 1993). Bu akıl yürütme ise tekil bir fikir değil farklı düşünme biçimlerini kapsamaktadır (Walle, Karp, Bay-Williams, 2013). Dolayısıyla cebirsel düşünme verilen matematiksel bilginin çoklu temsillerle (şekil, tablo, grafik ve denklem) temsil edilmesi ve elde edilen bulguların yorumlanmasıdır (Herbert ve Brown, 1997; Greenes ve Findells, 1998). Cebirsel düşünme, fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimi analiz etmeyi gerektirir (NCTM, 2000). Wogyai ve Kamol (2004) cebirsel düşünmenin üç temel beceriden oluştuğunu belirtmektedir. Bunlar temsil, model(örüntü) ve değişkendir. Temsil, problemde verilen tablo, grafik, sembol vb. ifadeleri kullanma becerisi; model, örüntüleri genelleştirme ve formülleştirme becerisi; değişken ise genelleştirilmiş sayılarda değişkenin rolünü kavrama becerisi olarak tanımlanmaktadır (akt. Bağdat, 2013). Sonuç olarak, cebirsel düşünme; sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme becerilerinden oluşmaktadır (Çelik, 2007; Bağdat, 2013). Yapılan tüm bu tanımlardan da anlaşılacağı üzere çoklu temsiller kavramların farklı yönlerine vurgu yaptığından temsiller arasında geçiş yapabilme becerisi cebirsel düşünmenin önemli bir parçasını oluşturmaktadır (NCTM, 2000; MEB, 2009). Anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi bilginin çeşitli temsil biçimlerine dönüştürülebilmesiyle yakından ilişkilidir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Çoklu temsillerin, kavramların anlamlandırılmasındaki gücünü Even (1998),

> *"Aynı şeyi farklı temsillerle tanımlama ve temsil etme, bir temsilden diğerine geçmede esnek olma becerileri, öğrencinin daha derin anlamalara*

sahip olmasına ve problem çözme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur."

şeklinde açıklamaktadır.

İlgili literatür incelendiğinde özellikle cebir öğretiminde çoklu temsillerin kullanılmasının üç boyutta ele alındığı görülmektedir: 1. Öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma becerileri 2. Öğretmen ve öğretmen adaylarının bu konudaki inançları ve yeterlikleri 3. Öğretim yöntemlerinin öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmalarına etkileri.

Hines (2002) bir sekizinci sınıf öğrencisiyle yaptığı durum çalışmasında öğrenciden sözel olarak ifade edilen bir problemi resim çizerek, tablo oluşturarak, denklem kurarak ve grafik çizerek ifade etmesini istemiştir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda araştırmacı öğrencilere temsilleri yorumlayabilecekleri uygun problem durumları oluşturulduğunda öğrencilerin temsiller arasındaki geçişleri kullanarak matematiksel kavramları daha derin anlamlandırdıkları sonucuna varmıştır.

Moseley ve Brenner (1997), yaptıkları deneysel bir çalışmada ilköğretim öğrencilerinin cebir konusunda aldıkları eğitimin problem çözme biçimlerini nasıl etkilediğini incelemişlerdir. Ön-test ve son-test uygulanarak elde edilen veriler ile öğrencilerle yapılan mülakatlar sonucu deney grubunda yer alan öğrencilerin farklı temsilleri daha çok kullandıkları aynı zamanda sözel olarak verilen fonksiyonların çözümünde de başarılarının arttığını göstermiştir. Benzer bir deneysel çalışma yapan Mourad (2005) cebir öğretiminde farklı öğretim yöntemlerini karşılaştırmıştır. Deney grubunda çoklu temsillerin ön planda tutulduğu bir eğitim verilirken kontrol grubunda sembolik temsillere dayanan bir eğitim verilmiştir. Araştırmadan elde edilen bulgular deney grubundaki öğrencilerin grafiksel dönüşüm yapmakta daha başarılı olduklarını göstermiştir.

Sert (2007), sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusunda çoklu temsiller (grafik, tablo, denklem, sözlü anlatım) arasında dönüşüm yapma becerilerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmıştır. Elde edilen veriler öğrencilerin en çok denklem, tablo ve grafikleri sözel olarak ifade etmekte zorluk yaşadıklarını, diğer temsil biçimlerinden tabloya yapılan dönüşümlerde ise zorlanmadıklarını ortaya koymuştur.

Literatürde öğrencilerin cebirsel düşünmede çoklu temsilleri kullanma ve temsiller arası dönüşüm yapma becerilerinin farklı nedenlere bağlı olarak değişkenlik gösterdiğini ortaya koyan birçok çalışmaya rastlanmaktadır (örn. Dindyal, 2003; Erbilgin, 2003; Nilkland, 2004; Akkuş ve Çakıroğlu, 2006). Erbilgin (2003), uzamsal görselleştirme ve başarının öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmaları üzerine etkilerini incelediği araştırmasında aynı sınıfta okuyan dört sekizinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Mülakatlar, sınıf gözlemleri ile farklı temsillerin kullanılmasını gerektiren cebirsel denklem ve fonksiyon problemlerinden oluşan bir test aracılığıyla toplanan veriler hem uzamsal görselleştirmenin hem de başarının öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmalarında etkili olduğunu göstermiştir. Dindyal (2003) ve Nilkland (2004)

öğrencilerin karşılaştıkları problem durumlarında cebirsel düşünmeyi kullanma becerilerinin öğretmenlerin kullanımları ile ilişkili olduğunu söylemişlerdir. Öte yandan Akkuş ve Çakıroğlu (2006), yedinci sınıf öğrencilerinin cebir problemlerini çözerken çoklu temsilleri nasıl kullandıkları ve temsil tercihleri altında yatan nedenleri araştırdıkları çalışmalarında öğrencilerin kullandıkları temsil biçiminin soru tipine, öğretmene ve duygusal etmenlere bağlı olarak değiştiği sonucuna varmışlardır.

Matematik öğretiminde çoklu temsilleri konu edinen araştırmalar çoklu temsillerin kullanılmasının öğrencilerin konuyu daha iyi anlamalarını ve problem çözme performanslarının artmasını sağladığını göstermektedir (örn. Yerushalmy ve Schwarts, 1993; Ainsworth, Bibby ve Wood, 1997; Moseley ve Brenner, 1997; Hines, 2002; Akkuş, 2004; Mourad, 2005; Sert, 2007). Çoklu temsiller arasında geçiş yapılamaması durumunda ise matematiğin kavramsal boyutta anlaşılamadığı söylenebilir (Ainsworth, 1999; Meij van der ve Jong de, 2006). Mooney (2002), verilerin temsil edilme sürecinin 4 boyuttan oluştuğunu belirtmektedir. Bu süreçler sırasıyla çoklu temsillerin (grafik, tablo, şema vb.) özelliklerinin farkında olma, farklı temsillerdeki aynı veriyi fark etme, temsil türlerinin veriyi temsil etmedeki etkililiğini değerlendirme ve veri birimlerini belirlemedir. Dolayısıyla öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkiyi görüp görmediklerini anlamak önemlidir (Ainsworth, 1999). Ayrıca aynı veri ile ilgili farklı temsillerin kullanılması farklı fikirlerin ortaya çıkmasına ve tartışmalara imkân sağlayacaktır (Mooney, 2002). Bunun için öğrencilerin çoklu temsiller arasında dönüşüm yapma becerilerinin ve dönüşüm yaparken yaşadıkları zorlukların incelenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Literatürde öğrencilerin ve/veya öğretmen adaylarının çoklu temsilleri kullanma düzeyleri, çoklu temsilleri kullanmayı etkileyen faktörler ve öğretim yöntemlerinin çoklu temsilleri kullanma üzerine etkilerinin ele alındığı birçok çalışma yer almaktadır. Ancak yapılan literatür araştırması sonucunda öğrencilerin çoklu temsiller arasında dönüşüm yapma becerilerinin ve dönüşüm yaparken yaşadıkları zorlukların aynı anda incelendiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu sebeple çalışmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerilerini ortaya koymak şeklinde belirlenmiştir.

2. Yöntem

Bu çalışmada öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerini ve yorumlama süreçlerini incelemek üzere nitel bir araştırma modeli olan durum çalışması (örnek olay) yöntemi kullanılmıştır. Nitel çalışmalar araştırma yapılan ya da yapılması planlanan kişilerin sahip oldukları öznel görüş ve deneyimler sonucu ortaya çıkan anlamların sistematik olarak incelenebilmesinde tercih edilen araştırma yöntemleridir (Ekiz, 2003). Özellikle durum çalışması, güncel bir olguyu kendi gerçekliği içinde çalışan, birden fazla veri kaynağının olduğu durumlarda kullanılan bir araştırma yöntemidir (Yinn, 1984; akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu çalışma, 2013-2014 öğretim yılında Güneydoğu Anadolu Bölgesindeki bir okulun sekizinci sınıfında öğrenim gören 4 öğrenciyle yürütülmüştür. Öğrencilerin seçiminde öğretmenlerinin

görüşleri dikkate alınmıştır. Herhangi bir temsil biçimini kullanarak bir matematik sorusunu çözebilecek düzeyde matematik bilgisine sahip olmayan öğrencilerin farklı temsil biçimleri arasında ilişki kurmaları söz konusu değildir. Dolayısıyla, çoklu temsiller arasında geçiş yapabilmek daha üst düzey bilişsel bir faaliyettir. Bunun için öğrenci seçiminde, okuduğunu anlayabilen ve matematik başarısı iyi olan 4 öğrenci tercih edilmiştir. Çalışma grubundaki öğrencilerin kimliklerini gizli tutmak amacıyla öğrencilere Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 şeklinde kodlar verilmiştir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Veri toplama aracı olarak literatürde yer alan çalışmalar ve ilköğretim matematik ders kitapları incelenerek araştırmacılar tarafından hazırlanan 12 sorudan oluşan "Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)" ile yarı yapılandırılmış mülakat soruları kullanılmıştır (bkz. Ek1.). ÇTTT'nin geçerlik ve güvenirliğini sağlamak için hazırlanan sorular bir uzman ve beş ilköğretim matematik öğretmeni tarafından incelenmiş ve elde edilen görüşler doğrultusunda sorular yeniden düzenlenerek teste son şekli verilmiştir. ÇTTT soruları, öğrencilerin aynı verilerin farklı temsilleri arasındaki ilişkiyi görebilmelerini sağlamak amacıyla çiçek, havuz, kitap ve dörtgen problemi olarak isimlendirilen 4 temel problem (sözel, tablo, denklem ve grafik) üzerine kurulmuş ve her sorunun diğer üç temsilinin öğrenciler tarafından yapılması istenmiştir. Öğrencilerin istenen temsiller arasında geçiş yaparken problemlerin diğer temsillerinden faydalanmalarını engellemek için aynı probleme ait sorular bir arada verilmemiştir. Uygulama öncesi öğrencilere ÇTTT hakkında bilgi verilmiş ve bu teste verecekleri cevapların ders başarı notlarını etkilemeyeceği vurgulanmıştır. Uygulama sürecinin ilk aşamasında öğrencilere 40 dk (bir ders saati) verilerek ÇTTT'deki soruları çözmeleri istenmiştir. Uygulama sırasında araştırmacı gözlemci konumunda olup öğrencilere müdahale etmemiştir. İkinci aşamada ise öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılarak soruları nasıl çözdükleri, nasıl yorumladıkları ve yaşadıkları zorluklar araştırılmıştır. Veriler betimsel analiz tekniği kullanılarak çözümlenmiştir. Betimsel analizde elde edilen veriler belirlenen temalar altında ve ham veriler mümkün olduğunca değiştirilmeden okuyucunun anlayacağı formda incelenir. Bu analiz tekniğinde, gözlenen ya da görüşülen kişilerin görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtmak amacıyla sık sık doğrudan alıntılara yer verilir (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

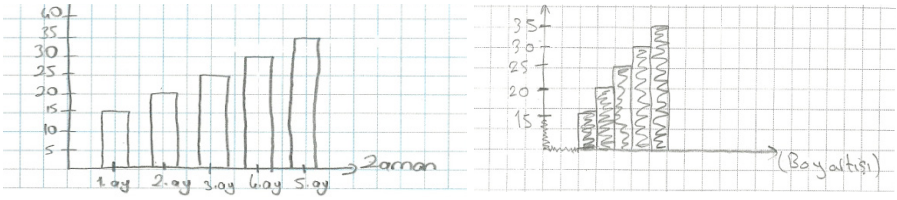
3. Bulgular

Bu bölümde araştırmadan elde edilen veriler dört başlık altında ele alınacaktır. Bu başlıklar altında öğrencilerin her bir temsil türüne (grafik, denklem, tablo ve sözel ifade) diğer üç temsil türünden geçiş becerilerini ölçen sorulara verdikleri yazılı ve sözlü cevaplar incelenecektir.

3.1. Sözel, Tablo ve Denklemden Grafiğe Geçiş

Öğrencilerin diğer temsil türlerinden grafiğe geçiş becerilerini ölçen 1. soru sözel temsilden grafiğe, 6. soru denklemden grafiğe, 8. soru ise tablodan grafiğe geçişi tem-

sil etmektedir. Öğrencilerin 1. soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde sadece bir öğrencinin (Ö1) doğru grafiği çizdiği görülmüştür. Diğer öğrenciler ise uygun grafik türünü belirleyemedikleri gibi verilen sözel ifadeye karşılık gelmeyen grafikler çizmişlerdir (Şekil 1).

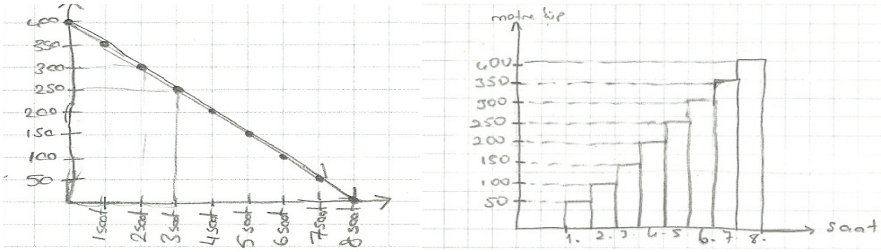


Şekil 1. Ö2 ve Ö4'ün 1. soru için çizdikleri grafikler

Şekil 1'de görüldüğü gibi öğrenciler sütun grafiği çizmişlerdir. Sütun grafikleri genellikle sayısal sıralaması olmayan veri kategorilerini göstermek için kullanılır. Oysa boy-zaman, sıcaklık-zaman gibi sürekli verilerin temsilinde kullanılması en uygun grafik türü çizgi grafiğidir. Ayrıca öğrencilerin grafiğin başlangıç noktasını yanlış aldıkları ve buna bağlı olarak sözel ifadeye uygun olmayan grafikler çizdikleri görülmektedir. Ayrıca Ö4'ün Şekil 1'den görüldüğü gibi eksenleri adlandırmada problem yaşadığı söylenebilir. Testten sonra yapılan görüşmelerde öğrencilerin cevapları hakkındaki açıklamaları şu şekildedir:

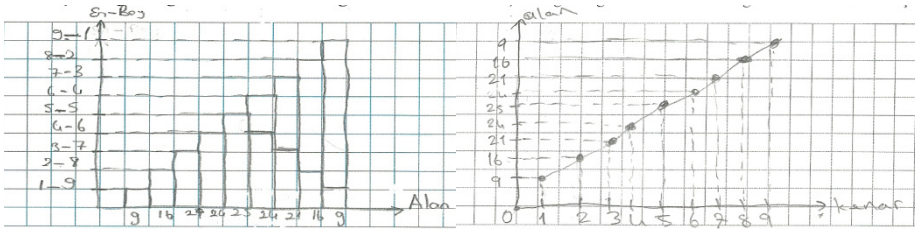
> *Ö2: "Aklıma ilk bu grafik geldi ama çizgi grafiği çizseydim yanlış yapmazdım."*
>
> *Ö3: "Çizgi grafiğinde başlangıçta 15'ten başlatmak kolay benim çizdiğimde de 15'ten başlıyor ama aylar yanlış oluyor. (çizgi grafiği istenmiş ve doğru grafiği çizmiştir)"*
>
> *Ö4: "Ben genelde sütun grafiği çiziyorum. Derste de daha çok böyle yapıyoruz."*

Testin 6. sorusunda öğrencilerden boşalmakta olan bir havuzun içinde bulunan su miktarının zamana bağlı değişim grafiğini çizmeleri istenmiştir. Ö1 ve Ö4 istenen grafiği doğru çizerken Ö3'ün artan bir grafik çizdiği görülmektedir (Şekil 2). Ö2 ise bu soruyu boş bırakmayı tercih etmiştir. Yapılan mülakatlar sırasında Ö3 soruyu yanlış anladığını, Ö2 ise soruyu anlamadığı için boş bıraktığını söylemiştir.

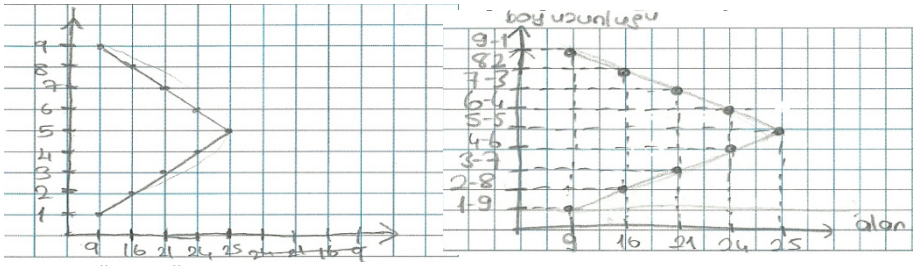


Şekil 2. Ö1 ve Ö3'ün 6. soru için çizdikleri grafikler

Tabloda sunulan verilerin grafiğini çizmeleri istenen ÇTTT'nin 8. sorusunda hiçbir öğrenci grafiği tam olarak doğru çizememiştir. Kenar-alan ilişkisini gösteren bir grafik çizerken öğrencilerin eksenlere sayıları yerleştirmede zorlandıkları ve buna bağlı olarak istenen grafiği oluşturamadıkları görülmüştür.



Şekil 3. Ö3 ve Ö4'ün 8. soru için Çizdikleri Grafikler



Şekil 4. Ö1 ve Ö2'nin 8. soru için Yeniledikleri Grafikler

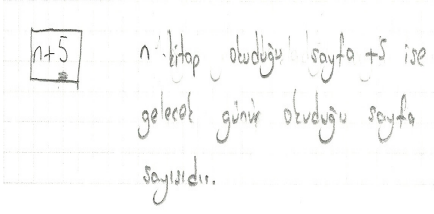
Şekil 3'te görüldüğü üzere Ö3 yatay, Ö4 ise dikey eksene sayıları 9, 16, 21, 24, 25, 24, 21, 16, 9 şeklinde yerleştirmişlerdir. Öğrenciler yatay eksende sağa, dikey eksende yukarı gidildikçe sayıların artması gerektiğini göz ardı ederek tabloda verilen seriyi sırasıyla yazmışlardır. Diğer öğrencilerin (Ö1, Ö2) de aynı hatayı yaptıkları görülmüştür. Mülakatlar sırasında öğrencilerden çizdikleri grafikleri anlatmaları istendiğinde Ö1 ve Ö2 yanlış yaptıklarını fark etmiş ve grafiklerini düzeltmeye çalışmışlardır (Şekil 4). Ancak öğrenciler tabloda verilen sayıların aralarındaki farkı dikkate almayarak eksenlerde iki sayı arasını sabit ve 1 birim olarak gösterdikleri için

yine istenen grafiği elde edememişlerdir. Ö3 ve Ö4 ise Şekil 3'te verilen grafiklerde sayıları yanlış yerleştirdiklerini kabul etmelerine rağmen grafiğin başka türlü çizilemeyeceğini ifade etmişlerdir. Hatta Ö4 çizdiği grafik için, *"Sayılar yukarı çıktıkça artar ama tabloda azalıyormuş gibi verilmiş. Onun için mecburen böyle çizilir."* şeklinde bir yorum yapmıştır.

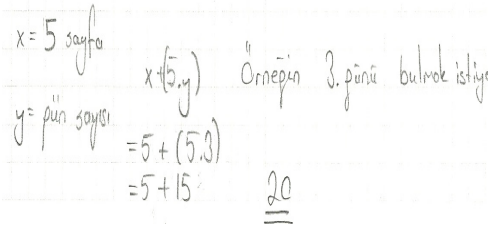
Öğrencilerin diğer temsil türlerinden grafiğe geçiş sürecinde farklı zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Bu zorluklar uygun grafik türünün seçilememesi, grafiğin başlangıç noktasının belirlenememesi, yatay ve dikey eksenlere sayıların yerleştirilememesi olarak sıralanabilir. Orijinden pozitif yönde uzaklaştıkça sayıların artması gerektiği öğrenciler tarafından göz ardı edilmektedir. Ayrıca birimler arasındaki mesafelerin dikkate alınmadan sayıların eşit aralıklarla eksenlere yerleştirilmesi yanlış grafikler çizilmesine sebep olmaktadır.

3.2. Sözel, Tablo ve Grafikten Denkleme Geçiş

Öğrencilerin diğer temsil türlerinden denkleme geçiş becerilerinin incelendiği 7. soru grafikten denkleme geçişi, 9. soru sözelden denkleme geçişi, 12. soru ise tablodan denkleme geçişi temsil etmektedir. Öğrencilerin 7. soruya verdikleri cevaplar incelendiğinde sadece Ö3'ün yanlış cevap verdiği görülmektedir (Şekil 5). Ö3'ten verdiği cevabı açıklaması istendiğinde "n bir günde okuduğu sayfa sayısı olsun. Her gün 5 sayfa daha fazla kitap okuduğu için n+5 olur." şeklinde bir açıklamada bulunmuştur.



Şekil 5. Ö3'ün 7. soru için oluşturduğu denklem

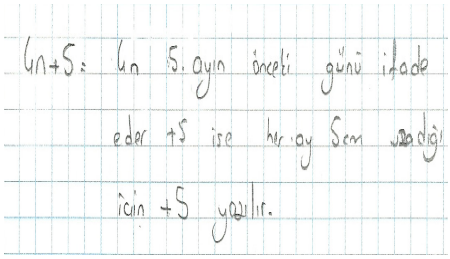


Şekil 6. Ö1'in 7. soru için oluşturduğu denklem

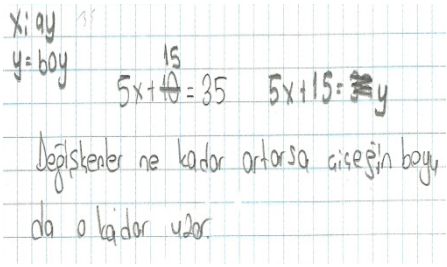
Yapılan görüşmelerde diğer öğrencilerin ise uygun denklemi oluştururken deneme-yanılma yöntemini kullandıkları anlaşılmıştır (Şekil 6). Ayrıca öğrenciler grafikteki verilerin denkleme dönüştürülmesinin zor olmadığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin

grafikten denkleme geçişte problem yaşamamalarının nedeni grafik üzerinde bağımlı ve bağımsız değişkenlerin aldığı değerleri açıkça görmeleri olabilir.

Sözel olarak verilen bir problem durumunun cebirsel denklemle nasıl ifade edilebileceğini ölçen 9. soruya verilen öğrenci cevapları incelendiğinde sadece Ö3'ün yanlış cevap verdiği görülmüştür (Şekil 7). Ayrıca mülakat sırasında da Ö3 verdiği cevabı açıklayamamıştır. Diğer öğrenciler sözel ifadeden cebirsel denkleme geçişte zorluk yaşamamışlardır. Ö2'nin bu soruya verdiği cevap Şekil 8'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Ö2 cebirsel denklem oluşturmadan önce değişkenleri belirlemiş daha sonra deneme-yanılma yöntemiyle uygun denklemi oluşturmayı başarmıştır. Ancak öğrencinin cevabı incelendiğinde "x değişkeni" yerine "değişkenler" kelimesini kullanıldığı görülmektedir. Oysaki denklemde y bağımlı değişken olup, değeri x'in aldığı değere bağlı olarak değişmektedir. Buna rağmen bu öğrencinin verdiği cevabın doğru kabul edilmesinin nedeni, çiçeğin boyunun değişkenin artmasına bağlı olarak uzadığını belirtmiş olması ve çiçeğin boyunun öğrencinin y ile gösterdiği bağımlı değişken olduğu açıkça görülmektedir.



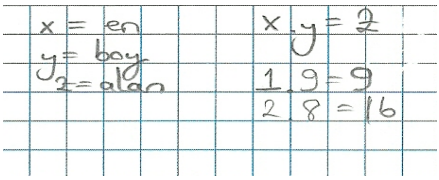
Şekil 7. Ö3'ün 9. soru için oluşturduğu denklem



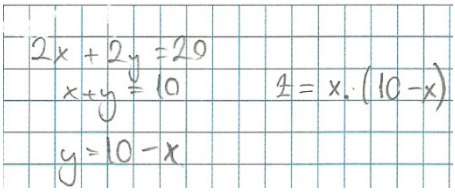
Şekil 8. Ö2'nin 9. soru için oluşturduğu denklem

Öğrencilerden tabloda yer alan verileri kullanarak cebirsel bir denklem oluşturmaları istenen testin 12. sorusunda Ö2'nin başarılı diğer öğrencilerin ise kısmen başarılı oldukları görülmüştür. Kısmen başarılı olan öğrenciler bu soruya verdikleri ilk cevapta üç değişken kullanarak alan formülünü yazmışlardır (Şekil 9). Ancak görüşmeler sırasında dörtgenin bir kenarını diğer kenarı cinsinden yazarak alan formülünü

nasıl yazabilecekleri sorulduğunda her üçü de bir kaç başarısız denemenin sonunda istenilen denklemi yazabilmiştir (Şekil 10).



Şekil 9. Ö1'in 12. soru için ilk denklemi



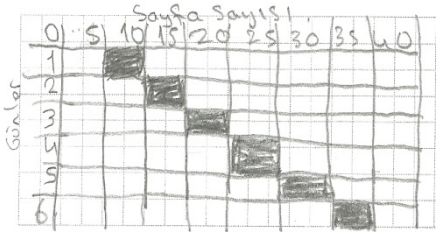
Şekil 10. Ö1'in 12. soru için ikinci denklemi

3.3. Sözel, Denklem ve Grafikten Tabloya Geçiş

Öğrencilerin diğer temsil türlerinden grafiğe geçiş becerilerini ölçen sorulardan 3. soru grafikten tabloya, 5. soru sözel ifadeden tabloya, 10. soru ise denklemden tabloya geçişi temsil etmektedir. Öğrenci cevapları incelendiğinde tüm öğrencilerin diğer temsil türlerinden tabloya geçişte başarılı oldukları görülmüştür. Örnek öğrenci cevapları Şekil 11 ve Şekil 12'de verilmiştir. Görüşmeler sırasında öğrencilerin tablo temsili hakkındaki bazı düşünceleri şöyledir:

Ö1: "Tablo yapmak çok kolay. Sadece dikkatli olmak yeterli."

Ö3: "En kolayı tablo çizmekti."



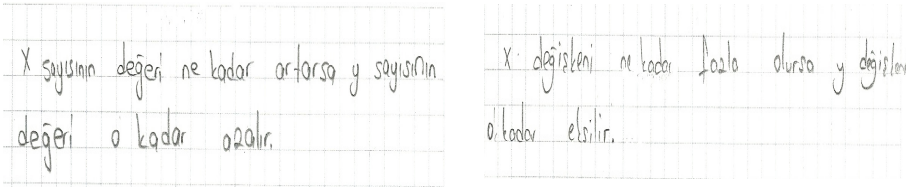
Şekil 11. Ö4'ün 3. soru için oluşturduduğu tablo

zaman	havuzda kalan su
1. saat	350
2. saat	300
3. saat	250
4. saat	200
5. saat	150
6. saat	100
7. saat	50
8. saat	0

Şekil 12. Ö2'nin 10. soru için oluşturduğu tablo

3.4. Tablo, Denklem ve Grafikten Sözel İfadeye Geçiş

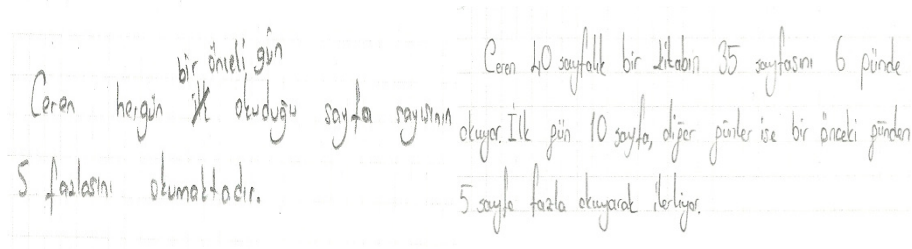
Öğrencilerin diğer temsil türlerinden sözel ifadeye geçiş becerilerinin incelendiği 2. soru denklemden sözel temsile geçişi, 4. soru tablodan sözel temsile geçişi, 11. soru ise grafikten sözel temsile geçişi temsil etmektedir. Öğrencilerin testin 2. sorusuna verdikleri cevaplar incelendiğinde hiçbir öğrencinin verilen denklemin sözel ifadesini tam olarak yazamadığı görülmüştür (Şekil 13). Görüşmeler sırasında denklemi anlatmaları istenmiş ancak öğrenciler yazdıklarını tekrar etmekten öteye gidememişlerdir. Örneğin Ö2 mülakat sırasında "*Zaten havuzda 400 metreküp su varmış. y havuzda kalan suyu gösteriyor. x de boşalan suyu… x ne kadar artarsa y de o kadar azalır. Denklemdeki 8'in ne olduğunu anlamadım*." şeklinde bir açıklama yapmıştır.



Şekil 13. Ö2 ve Ö3'ün 2. soruya verdikleri cevaplar

Tablodaki verilerin sözel olarak nasıl ifade edilebileceğinin sorulduğu 4. soruda Ö2 hariç diğer öğrenciler başarılı olmuşlardır. Ö2 ise tabloyu yazarak ifade etmekte zorluk yaşamasına rağmen görüşme sırasında istenilen şekilde eksiksiz yorumlamayı başarmıştır.

Testin 11. sorusunda öğrencilerden verilen bir grafiği sözel olarak yorumlamaları istenmiştir. Bu soruda sadece Ö4'ün tam olarak doğru ifadeleri kullandığı diğer öğrencilerin ise hatalı cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden mülakatlar sırasında yazdıkları ifadeleri açıklamaları değil verilen grafiği sesli olarak anlatmaları istenmiş ve tüm öğrencilerin başarılı olduğu görülmüştür. Bunun üzerine öğrencilere yazdıkları ifadeleri sesli olarak okumaları söylenmiştir. Öğrenciler yazdıklarını sesli okuduklarında ise yaptıkları hataları kendileri fark ederek düzeltmişlerdir (Şekil 14).



Şekil 14. Ö1 ve Ö3'ün 11. soruya verdikleri cevaplar

Şekil 14'te görüldüğü gibi her iki öğrenci de grafiği sözel olarak yorumlamakta zorluk yaşamışlardır. Ancak Ö3'ün görüşmeler sırasında yazdığı yanlış ifadenin üstü-

nü çizerek doğrusunu yazdığı görülmektedir.

Elde edilen veriler öğrencilerin genel olarak denklem, tablo ve grafikleri sözel olarak ifade etmekte başarılı olamadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin özellikle denklem ve grafikten sözel temsile geçişte problem yaşadıkları, tablodan sözel temsile geçişte ise nispeten daha başarılı oldukları söylenebilir. ÇTTT'de yer alan öğrenci cevapları ile mülakatlar sırasında verilen cevaplar göz önüne alındığında öğrencilerin kendilerini konuşarak daha iyi ifade ettikleri gözlenmiştir. Öyle ki öğrencilerin yazarak açıklamakta güçlük çektikleri grafik ve tabloyu sesli olarak anlatmakta zorlanmadıkları görülmüştür. Bu gözlemden hareketle diğer temsil türlerinden sözel ifadeye geçişte yaşanan öğrenci zorluklarının öğrencilerin yazma becerilerinin yetersizliğinden kaynaklandığı söylenebilir. Çünkü yazma becerisi konuşma becerisine oranla daha yorucu ve daha üst düzey bilişsel bir faaliyettir.

4. Tartışma ve Sonuç

Öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerini araştırmak üzere hazırlanan ÇTTT'deki sorulara verilen öğrenci cevapları genel olarak incelendiğinde, öğrencilerin temsiller arasındaki geçiş becerilerinin istenilen düzeyde olmadığı görülmüştür. Öğrenci performanslarının beklenen düzeyde olmamasında, bireylerin geleceğinde belirleyici bir faktör olan Türkiye deki merkezi sınavların çoktan seçmeli sorulardan oluşmasının ve eğitim-öğretim sürecinin bu sınavlar odaklı gerçekleştirilmesinin etkili olduğu söylenebilir. Bulgular, öğrencilerin en çok diğer temsil türlerinden grafiğe geçişte, en az ise diğer temsil türlerinden tabloya geçişte zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Bu sonuç, ilgili literatürde yer alan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Hines, 2002; Sert, 2007). Sert (2007), sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir konusunda çoklu temsiller (grafik, tablo, denklem, sözlü anlatım) arasında dönüşüm yapma becerilerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında öğrencilerin en çok denklem, tablo ve grafikleri sözel olarak ifade etmekte zorluk yaşadıklarını, diğer temsil biçimlerinden tabloya yapılan dönüşümlerde ise zorlanmadıklarını ortaya koymuştur. Öğrencilerin diğer temsil türlerinden tabloya geçiş yaparken zorlanmamalarının nedeni, öğrencilerin sadece matematik dersinde değil coğrafya, fen ve teknoloji eğitimi gibi derslerde de tablolarla sıklıkla karşılaşmaları olabilir. Ayrıca Gagatsis, Christou ve Elia (2004) altıncı sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerini inceledikleri çalışmalarında temsiller arasında bir hiyerarşi olduğunu belirtmişlerdir. Bu görüşe göre araştırmacılar bazı temsilleri diğerleri arasında ilişki kuran bir prototip (ilk örnek) olarak nitelendirmişlerdir. Öğrenciler sembolik ifadeyi grafik veya sözel temsile dönüştürürken verileri önce tablolaştırıp daha sonra diğer temsillere geçiş yapmaktadırlar. Öğrencilerin ÇTTT'de tablo oluşturmayla ilgili herhangi bir zorluk yaşamamış olmaları benzer nedenlerle açıklanabilir.

Araştırma bulguları genel olarak incelendiğinde öğrencilerin, en çok diğer temsil türlerinden grafiğe geçişte zorlandıkları görülmüştür. Bu zorluğun nedenleri, uygun grafik türünün seçilememesi, grafiğin başlangıç noktasının belirlenememesi, yatay ve dikey eksenlere sayıların doğru yerleştirilememesi ile açıklanabilir. Orijinden pozitif yönde uzaklaştıkça sayıların artması gerektiği öğrenciler tarafından göz ardı edilmektedir. Ayrıca birimler arasındaki mesafelerin dikkate alınmadan sayıların eşit aralıklarla eksenlere yerleştirilmesi yanlış grafiklerin çizilmesine sebep olmuştur. Literatürde grafik oluşturma ve yorumlama üzerine yapılan birçok araştırmada öğrencilerin ve öğretmen adaylarının yetersiz oldukları saptanmıştır. (Hadjidemetriou ve Willams, 2002; Demirci ve Uyanık, 2009; Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Sezgin-Memnun, 2013; Şahinkaya ve Aladağ, 2013). ÇTTT'deki öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin uygun grafik türünü seçemedikleri ve ağırlıklı olarak sütun grafiği çizme eğiliminde oldukları görülmüştür. Bu sonuç Sezgin-Memnun (2013)'un yedinci sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmasının sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Böyle bir sonucun elde edilmesinde sekizinci sınıf matematik dersinde histogram konusunun işlenmesinin etkisi olduğu söylenebilir. Grafikte başlangıç noktasının belirlenememesi de elde edilen diğer bir sonuçtur. Yapılan çalışmalar, öğrencilerin orijinin grafiğin vazgeçilmez bir noktası olduğu şeklinde bir algıya sahip olduklarını ve grafiği orijinden başlatma eğiliminde olduklarını göstermektedir (Hadjidemetriou ve Williams, 2002; Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012). Bu çalışmanın ilginç sonuçlarından biri de öğrencilerin eksenlere sayıları doğru bir şekilde yerleştirememeleridir. Buna bağlı olarak öğrenciler yanlış grafikler çizmişlerdir. Özellikle ÇTTT'nin 8. sorusuna verilen öğrenci cevapları incelendiğinde öğrencilerin pozitif yönlü eksenlerde orijinden uzaklaştıkça sayıların büyümesi gerektiğini göz ardı ettikleri görülmektedir. Diğer temsil türlerinden grafiğe geçişte karşılaşılan diğer bir öğrenci zorluğu da birimler arası mesafelerin öğrenciler tarafından dikkate alınmamasıdır. Bu zorluğa bağlı olarak öğrenciler 8. soruda parabol yerine doğrusal bir grafik çizmişlerdir. Ancak öğrencilerin henüz parabol çizimiyle karşılaşmamış olmalarının, böyle bir sonucun elde edilmesinde etkili olduğu söylenebilir. Öte yandan tabloda verilen noktaların koordinat düzlemine doğru yerleştirilebilmesi halinde *–ki öğrencilerin bu yeterliğe sahip olmaları gerekmektedir-* istenen grafiğe yakın bir grafik elde edilebilirdi.

Öğrencilerin sözel, tablo ve grafikten denkleme geçişte bir takım zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Araştırmadan elde edilen sonuçlardan biri de öğrencilerin verilen tablo, grafik ve denklemleri sözel olarak ifade ederken yazma becerilerinin eksikliğinden kaynaklanan zorluklar yaşamalarıdır. Benzer şekilde Stacey ve McGregor (1997) da çalışmalarında öğrencilerin temsilleri sözel olarak açıklamakta zorluk yaşadıklarını belirtmişlerdir. Nitekim yapılan mülakatlar sırasında öğrencilerin temsilleri genel olarak sözlü yorumlamakta başarılı oldukları görülmüştür. Benzer şekilde diğer temsil türlerini de sözlü olarak yorumlamaları istendiğinde öğrenciler yaptıkları hataları görerek düzeltmeye çalışmışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin testte yer alan cevaplarıyla mülakatlar sırasındaki cevapları karşılaştırıldığında çoklu temsiller arasındaki geçiş beceri düzeylerinde pozitif yönde bir değişim olduğu gözlenmiştir.

Öğrencilere ÇTTT soruları hakkındaki görüşleri sorulduğunda verdikleri cevaplardan çoklu temsiller arasındaki ilişkileri görmekte problem yaşadıkları saptanmıştır. Araştırmacının "*Sence neden testte hep aynı sorular kullanılmıştır?*" şeklindeki sorusuna verilen öğrenci cevaplarından bazıları şu şekildedir:

> *Ö2: "Aynı sorular ama farklı şeyler sorulmuş. Onun için aynı diyemeyiz.* (Dörtgen problemine ait sorulara verdiği cevaplar öğrencinin önüne koyularak çözümleri hakkında ne düşündüğü tekrar sorulmuştur). *Birinde tabloyu açıkladım* (4. soru)*, birinde grafik çizdim* (8. soru)*, birinde de alanını hesapladım* (12. soru)*. Bunlar aynı şeyler değil."*
>
> *Ö4: "İlk önce sorular yanlış hazırlanmış zannettim* (gülüyor)*. Sonra baktım sorular aynı ama cevaplar farklı. Ama niye aynı soruları sorduğunuzu anlamadım.* (1. soru, 5. soru ve 9. sorunun cevapları hakkında ne düşündüğü tekrar sorulmuştur. Bir süre cevapları inceledikten sonra) *Anladım şimdi. Aslında sorular da aynı cevaplar da… Birinde grafiğini çizmişiz birinde tablosunu yapmışız."*

Öğrencilerin mülakatta "*Sorular hakkında ne düşünüyorsun? Daha önce böyle sorular çözdün mü?*" sorusuna verdikleri cevaplar ise şöyledir:

> *Ö1: "Sorular zor değildi ama değişikti. İşlem yapmadım çok fazla. Böyle sorular çözmüyoruz okulda."*
>
> *Ö2: "Biraz farklı geldi sorular. Derste çözdüklerimiz gibi değildi."*
>
> *Ö3: "Ben işlem yapacağım sorular sanmıştım. Zor değildi. Bir de hep aynı soruları sormuşsunuz ama değişik şekillerde. Onun için diğer matematik sorularından farklıydı."*
>
> *Ö4: "Matematikle ilgili demiştiniz ama bence matematikle ilgili değildi hepsi. Bir problem verip cevabını da sormamışsınız. Derste böyle sorular çözmüyoruz."*

Öğrenci cevaplarından da anlaşılacağı üzere öğrenciler matematik ile ilgili tüm problemleri işleme dayalı ve sayısal bir sonuç elde edebilecekleri sorular olarak algılamaktadırlar. Öğrencilerin böyle bir algıya sahip olmalarının nedenlerinden biri test kitaplarında sonuç odaklı soruların yer almasıdır. Diğeri ise matematik derslerinde karşılarına çıkan problemlerin sayısal işlemler gerektirmesidir. Kurt (2006) ve Sert (2007) de yaptıkları çalışmalarında elde ettikleri benzer sonuçları bu nedenlerle ilişkilendirmiştir. Araştırmacının son olarak "*Soruları sözel olarak ifade ettin, tablo yaptın, grafik çizdin ve denklem kurdun. Tüm bu işlemleri kolaydan zora doğru nasıl sıralarsın?*" sorusuna verilen cevaplar şu şekildedir:

> *Ö1: "Tablo – Sözel – Denklem – Grafik"*
>
> *Ö2: "Tablo – Sözel – Grafik – Denklem"*
>
> *Ö3: "Sözel – Tablo – Grafik – Denklem"*
>
> *Ö4: "Grafik – Tablo – Sözel – Denklem"*

Yukarıda öğrencilerin ayrıntılı olarak incelenen ÇTTT çözümleri göz önüne

alındığında bu soruya verdikleri cevapların gerçeği yansıtmadığı görülmektedir. Yalnızca Ö1, ÇTTT cevaplarına paralel bir çıkarım yapmıştır. Ö2'nin ÇTTT çözümleri incelendiğinde diğer temsil türlerinden denkleme geçişte problem yaşamadığı ancak grafik çizmesi istenen hiçbir soruda başarılı olamadığı görülmüştür. Buna rağmen bu öğrenci grafik çizmenin denklem kurmaktan daha kolay olduğunu düşünmektedir. Benzer şekilde Ö3 ile Ö4 testte başarısız oldukları temsil türlerinin başarılı olduklarına nazaran daha kolay olduğunu söylemişlerdir. Öğrencilerin bu soruya ÇTTT performanslarını yansıtmayan cevaplar vermelerinin çeşitli sebepleri olabilir. Bu sorunun mülakatın sonunda sorulmuş olması bu sebepler arasında sayılabilir. Çünkü araştırma verileri öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerinin mülakatlar sırasında pozitif yönde bir değişim gösterdiğini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla öğrenciler temsil türlerini kolaydan zora doğru sıralarken sadece yazılı performanslarını değil görüşmelerde verdikleri cevapları da dikkate almış olabilirler. Bir başka sebep ise öğrencilerin öz-yeterlik algılarının gelişmemiş olması olabilir. Buna bağlı olarak öğrencilerin kendi performanslarını değerlendirebilecek kapasitede olmadıkları söylenebilir.

Bu çalışma araştırmaya katılan öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerinin temsil türlerine göre farklılık gösterdiğini, öğrencilerin aynı verilerin farklı temsilleri arasındaki ilişkiyi görmekte zorlandıklarını, derste sıkça karşılaştıkları temsil türlerini kullanma eğiliminde olduklarını ve düşündüklerini yazılı olarak ifade etmekte zorluk yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bu sonuçların elde edilmesinde bireysel farklılıkların etkisi yadsınamaz. Ancak öğrencilerin aynı temsile ait benzer zorluklar yaşamaları aldıkları eğitimin bu konuda daha etkili bir faktör olduğunu düşündürmektedir. Bu düşünce dikkate alınarak öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmaları ve temsiller arasındaki ilişkiyi anlayabilmelerinde öğretmenin rolü üzerinde durulabilir. Bu çalışmanın, öğrencilerin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerini sadece yazılı performanslarına dayanarak değil aynı zamanda kendilerini ifade edebilmelerine olanak sağlayarak bu süreçte yaşadıkları zorluklarla birlikte ortaya koyması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Ayrıca bundan sonra yapılacak olan çalışmalarda katılımcı sayısı artırılarak öğrencilerin çoklu temsiller arasında geçiş yaparken yaşadıkları zorluklar ve bu zorlukların nedenleri öğretmen görüşlerinden de faydalanılarak araştırılabilir.

5. Kaynakça

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers and Education*, 33,131-152.

Ainsworth, S. E., Bibby, P. A., & Wood, D. J. (1997). Information technology and multiple representations: New opportunities – new problems. *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 6(1), 93-105.

Akkan, Y., Baki, A. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 43*, 1-13.

Akkuş, O. (2004). The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Middle East Technical University, Ankara.

Bağdat, O. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Çelik, D. ve Sağlam Arslan, A. (2012). The Analysis of Teacher Candidates' Translating Skills in Multiple Representations. *Elementary Education Online*, 11(1), 239-250.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24, 180-185.

Demirci, N. ve Uyanık, F. (2009). Onuncu sınıf öğrencilerinin grafik anlama ve yorumlamaları ile kinematik başarıları arasındaki ilişki. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(2), 22-51.

Driscoll, M. (1999). Fostering algebraic thinking. A guide for teachers grades 6–10. Portsmouth, NH: Heinemann.

Ekiz, D. (2003). Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş, Ankara: Anı Yayıncılık.

Even, R. (1998). Factors Involved in Linking Representations of Functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17, 1, 105-121.

Gagatsis, A., Christou, C., & Elia I. (2004). The nature of multiple representations in developing mathematical relationships.University of Palermo, department of Mathematics <http://math.unipa.it/~grim/quad14_gagatsis.pdf> (Erişim tarihi 17 Temmuz 2014)

Greenes, C. & Findell, C. (1998). Algebra Puzzles and Problems (Grade 7), Mountain View, CA: Creative Publications.

Hadjidemetriou, C., & Williams, J.S. (2002). Children's Graphical Conceptions. *Research in Mathematics Education*, *4*,69-87.

Herbert, K. ve Brown, R. (1997). Patterns as Tools for Algebraic Reasoning. *Teaching Children Mathematics,* 3, 340-344.

Hines, E. (2002). Developing the concept of linear function: One student's experiences with dynamic physical models. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 337-361.

Kaput, J. (1999).Teaching and learning a new algebra. *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*,133–155.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (Eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.

Kieran, C. ve Chalouh, L. (1993). Prealgebra: the Transition from Arithmetic to Algebra, Editör: Douglas T. Owens, In Research ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics, Reston, VA: NCTM.

Kurt, G. (2006). Middle grade student's skills in translating among representations of fractions. Unpublished master's thesis, Middle East Technical University, Ankara.

Lacampagne, C. (1995).Conceptual framework for the algebra ınitiative of the national ınstutute on student achievement, curriculum and assesment. (Eds. Lacampagne, C., Blair,W. and Kaput, J.). The algebra initiativecolloquium, 2, 237-242.

MEB (2009). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu. Ankara.

Meij van der, Jan and Jong de, Ton (2006) *Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. Learning and Instruction,* 16 (3). pp. 199-212.

Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 4*(1), 23–63.

Moseley, B. ve Brenner, M. E. (1997). Using multiple representations for conceptual change in pre-algebra: A comparision of variable usage with graphic and text based problems. (ERIC Document Reproduction Service: ED413184).

Mourad, N. M. (2005). Inductive reasoning in the algebra classroom. Published Master Thesis. (UMI No: 1431298).

NCTM, 2000, Principles and Standards for School Mathematics, *National Council of Teachers of Mathematics*, Reston.

Sert, Ö. (2007). Eighth grade students' skills ın translating among different representations of algebraic concepts. Yüksek Lisans Tezi. Middle East Technical University, Ankara.

Sezgin-Memnun, D. (2013). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çizgi grafik okuma ve çizme becerilerinin incelenmesi. *International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic* Volume 8/12 Fall 2013, p. 1153-1167, Ankara-Turkey.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior,* 14, 15-39.

Stacey, K. ve MacGregor, M. (1997). Ideas about Symbolism That Students Bring to Algebra, *Mathematics Teacher*, 90, 110-113.

Şahinkaya, N. ve Aladağ, E. (2013). Sınıf öğretmen adaylarının grafikler ile ilgili görüşleri. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi,* 15, 309-328.

Vance, J. (1998). Number operations from on algebraic perspective. *Teaching Children Mathemetics*, 4, 282-285.

Walle de Van J., Karp, S.K.& Bay-Williams J. (2013). İlkokul ve Ortaokul Matematiği. Çev., Soner Durmuş. Ankara:Nobel Yayın Dağıtım.

Wongyai, P. and Kamol, N. (2004) A Framework in Characterizing Lower Secondary School Students' Algebraic Thinking, <http://www.icme-organisers.dk/tsg09/> (Erişim tarihi 15 Haziran 2012).

Yerushalmy, M. and Schwartz, J. L. (1993). Seizing the opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting(pp. 41-68)., Ed:T. A. Romberg, E. Fennema ve T. P. Carpenter, Integrating research on the graphical representation of functions Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Yıldırım, A. Ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* (2. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Extended Abstract

Algebra is one of the significant subject matters in mathematics teaching. Starting from preschool education, algebra, known as science of calculation, is a subject that is taught in all school levels (Sfard, 1995). Though seen as related to algebra, algebraic thinking, on the other hand, is a more comprehensive concept encompassing algebra as well. Algebraic thinking necessitates understanding of functions, representing and analyzing mathematical structures and situations in different ways by using algebraic symbols, using mathematical models in order to represent and understand qualitative relationships and analyzing changes in different situations faced in daily life (NCTM, 2000). Therefore, algebraic thinking consists of skills of using symbols and algebraic relationships, using multiple representations and formulating generalizations (Çelik, 2007; Bağdat, 2013). As can be understood from these definitions, since multiple representations emphasize different aspects of concepts, the skill of transition among representations is an important element of algebraic thinking (NCTM, 2000; MEB, 2009). It is observed that studies on the use of multiple representations in maths teaching help students better understand the subjects and increases their problem solving performance (Yerushalmy ve Schwarts, 1993; Ainsworth, Bibby ve Wood, 1997; Moseley ve Brenner, 1997; Hines, 2002; Akkuş, 2004; Mourad, 2005; Sert, 2007). In cases where transition among multiple representations cannot be carried out, it could be said that maths is not understood at conceptual level (Ainsworth, 1999; Meij van der ve Jong de, 2006). That is why; it is significant to understand whether students see the relationships among representations (Ainsworth, 1999). Moreover, it seems that using different representations for the same data will enable presentation of different opinions lead to discussions (Mooney, 2002). Thus, there is a need to explore the difficulties students face while making transitions and their transformational skills during representations. This study aims to explore 8th graders' transition skills among representations (verbal, table, equation and graphic).

The research was carried out with 4 8th grade students (3 girls, 1 boy). Case study which is a qualitative research design was used for the study. Data were collected through "Translating Among Multiple Representations Test (TAMRT)" and semi-structured interviews which were developed by researchers. Descriptive analysis method was used to analyze the data.

When research findings are analyzed, it is observed that students face difficulties in transition to graph most among other types of representations. These difficulties can be listed as being unable to select appropriate type of graph, to specify the starting point of graphs and locate numbers on vertical and horizontal axes. Students also ignore the fact that by distancing from the origin, the numbers must increase. Also, locating numbers on axes in equal intervals without considering distances between units led students to draw wrong graphs. These findings are in line with various research findings on creation and analysis of graphs in literature (Hadjidemetriou ve Willams, 2002; Demirci ve Uyanık, 2009; Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Sezgin-Memnun, 2013; Şahinkaya ve Aladağ, 2013). Collected data show that students face some difficulties in transition from verbal, table and graphic representations to equations, that all students face difficulties in transition from other types of representations to tables.

Another interesting finding is that students face difficulties stemming from their lack of proficiency in writing skills while orally explaining tables, graphics and equations. When students' answers during the test and those they gave during interviews, a positive change is observed in their transition skills among representations.

As understood from students' answers during interviews, students perceive all questions related to maths based on operations and as questions they can get numerical results. One of the reasons why students have such perceptions is the presence of result-oriented questions in textbooks. The other reason is that problems students see in class necessitates numerical operations. Kurt (2006) and Sert (2007) got similar findings and ascribe their results to these reasons. The researcher, finally, asked the question "You have explained the questions verbal, created a table, a graph and an equation. How do you classify these from simple to hard?", but students gave answers that did not reflect their TAMRT performance. There could be different reasons behind this one of which is that the question was asked at the end of the interview because students, while ranking types of representations from simple to hard, could have considered not only written performance but also the answers they gave during the interview. Another reason could be that their self-efficacy was not developed enough. Based on this, it could be noted that students do not have the capacity to assess their own performances.

This study reveals that students' transition among multiple representations differ based on type of types of representations, students find it hard to see the relationships among the various representations of the same data, they tend to use representation they frequently see in class and face difficulties to explain their thoughts in written form. By increasing the number of participants, further studies could search the difficulties students face during transition between multiple representations and the reasons behind these difficulties could be explored based on teachers' opinions.

Ek 1. Çoklu Temsillerde Transfer Testi (ÇTTT)[1]



Çiçek Problemi: Çiçekleriçok seven Nazlı saksıya 15cm boyunda bir gülfidanı dikmiştir. Nazlı beş ay boyunca çiçeğini düzenli olarak sulamış ve çiçeğinin ne kadar büyüdüğünü görmek için her ay boyunu ölçmüştür. Nazlı, çiçeğinin her ay 5'er cm uzadığını gözlemlemiştir.

Soru 1: Çiçeğin aylara göre boy artışını grafik ile nasıl gösterirsiniz? Açıklayınız.

Soru 5: Çiçeğin aylara göre boy uzunluğunu tablo ile gösteriniz. Açıklayınız.

Soru 9: Çiçeğin 5. ayın sonundaki boyunu cebirsel bir denklem kurarak hesaplayınız. Oluşturduğuz denklemde değişkenlerin ne ifade ettiğini açıklayınız.



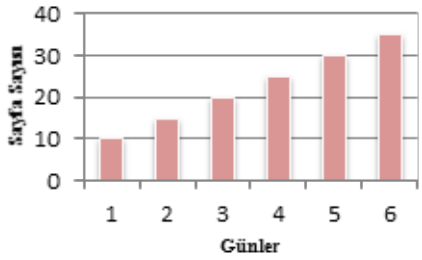
Havuz Problemi: $y = 400 - 8x$
yukarıdaki denklem içinde 400 metreküp su bulunan bir havuzdan muslukla boşaltılan su miktarını göstermektedir. x değişkeni havuzdan bir saatte boşaltılan su miktarını, y değişkeni ise havuzda kalan su miktarını göstermektedir.

Soru 2: Buna göre denklemi sözel olarak ifade ediniz.

Soru 6: Musluk saatte 50 metre küp su boşaltıyorsa havuz tamamen boşaltılıncaya kadar suyun zamana göre azalışını gösteren bir grafik çiziniz.

Soru 10: Musluk saatte 50 metre küp su boşaltıyorsa her saatin sonunda havuzda kalan su miktarını tablo şeklinde nasıl gösterebilirsiniz? Açıklayınız.

Kitap Problemi: Aşağıdaki grafik Ceren'in her gün kaç sayfa kitap okuduğunu göstermektedir.



Soru 3: Ceren'in günlere göre okuduğu sayfa sayısını tablo şeklinde göstererek açıklayınız.

Soru 7: Ceren'in günlük okuduğu sayfa sayısını gösteren cebirsel bir denklem yazınız. Denklemde kullandığınız değişkenler neyi ifade ediyor? Açıklayınız.

Soru 11: Grafikteki verileri sözel olarak yorumlayınız.

Dörtgen Problemi: Mert, elindeki kartondan çevresi 20 cm olan dörtgensel bir bölge kesecektir. Bunun için aşağıdaki tabloyu yapmıştır:

En	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Boy	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Alan	9	16	21	24	25	24	21	16	9

Soru 4: Mert'in hazırladığı tabloyu sözel olarak ifade ediniz.

Soru 8: Mert'in oluşturacağı dörtgenin bir kenar uzunluğu ile alanı arasındaki ilişkiyi gösteren grafiği çiziniz.

Soru 12: Oluşturulabilecek her bir dörtgenin alanını hesaplayabilmek için genel bir kural yazınız. Bu denklemde değişkenlerin ne ifade ettiğini açıklayınız.

1. Uygulama aşamasında sorular sırasıyla verilmiş ve her soru için ilgili temel problem tekrar edilmiştir.